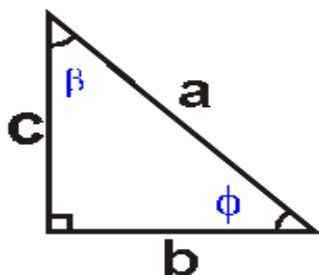


RAZONES TRIGONOMETRICAS

Es el cociente que se establece de dos valores de sus lados con respecto a uno de sus ángulos agudos. Son seis las razones trigonométricas.



Elementos

a : hipotenusa

b : cateto

c : cateto opuesto de ϕ

$\phi + \beta = 90^\circ$ (ángulos complementarios)

TEOREMA DE PITÁGORAS

$a^2 = b^2 + c^2$ Triángulo rectángulo recto en **A**

Además:

$$\boxed{a = \sqrt{b^2 + c^2}} \Rightarrow \begin{aligned} b &= \sqrt{a^2 - c^2} \\ c &= \sqrt{a^2 - b^2} \end{aligned}$$

DEFINICIONES:

Con respecto del ángulo ϕ del gráfico anterior:

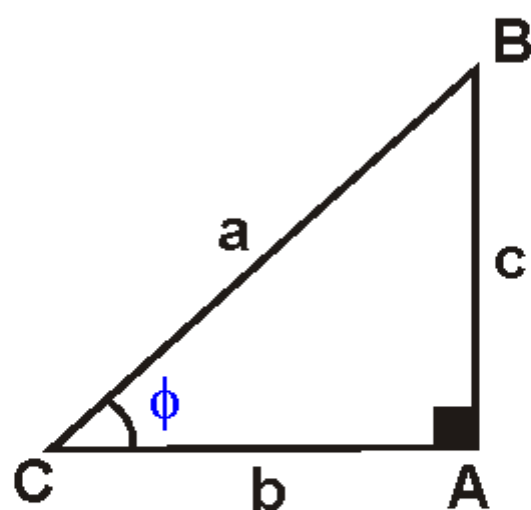
Seno: **$\text{sen } \phi = \frac{\text{cateto opuesto a } \phi}{\text{hipotenusa}} = \frac{c}{a}$**

Coseno: **$\text{cos } \phi = \frac{\text{cateto adyacente a } \phi}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{a}$**

Tangente: **$\text{Tg } \phi = \frac{\text{cateto opuesto a } \phi}{\text{cateto adyacente a } \phi} = \frac{c}{b}$**

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

Se define como el cociente que se obtiene al dividir las medidas de las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo, respecto a uno de sus ángulos agudos. Dado el ángulo agudo ϕ



DEFINICIONES :

Con respecto al ángulo ϕ :

Cotangente :
$$\text{Ctg}\phi = \frac{\text{cateto adyacente a } \phi}{\text{cateto opuesto a } \phi} = \frac{b}{c}$$

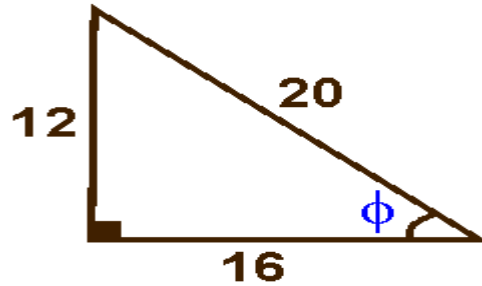
Secante :
$$\text{Sec}\phi = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{cateto adyacente a } \phi} = \frac{a}{b}$$

Cosecante :
$$\text{Csc}\phi = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{cateto opuesto a } \phi} = \frac{a}{c}$$

PROBLEMAS

1)

Calcular $\cos \phi$; si:



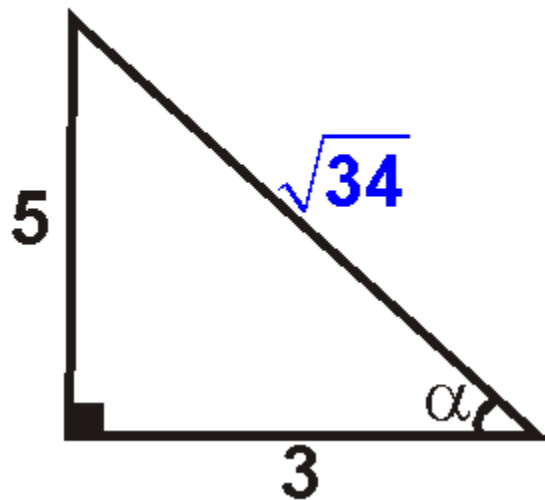
2)

Calcule: $E=81^{\text{tg}\alpha}$; si: $\text{sen}\alpha=3/5$

3)

Calcule $\text{Cos}\alpha$; si:

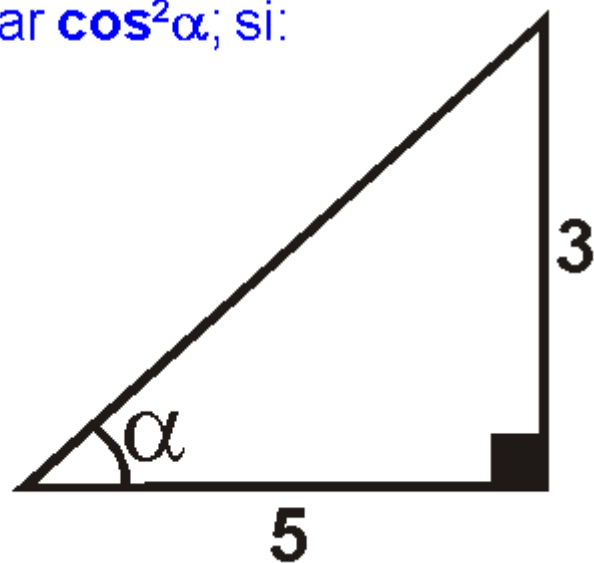
- A) $\frac{5}{3}$
- B) $\frac{5}{\sqrt{34}}$
- C) $\frac{3}{\sqrt{34}}$
- D) $\frac{\sqrt{34}}{5}$



4)

Calcular $\cos^2 \alpha$; si:

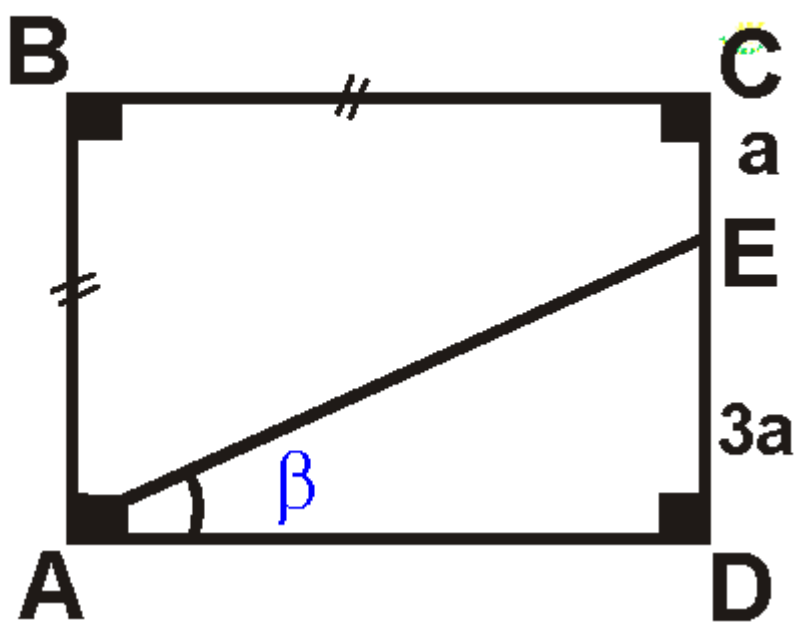
- A) $\frac{25}{17}$
- B) $\frac{25}{34}$
- C) $\frac{5}{34}$
- D) $\frac{34}{25}$



5)

Calcular $\operatorname{tg} \beta$; si:

- A) $\frac{3}{4}$
- B) $\frac{2}{5}$
- C) $\frac{4}{3}$
- D) $\frac{1}{5}$



6)

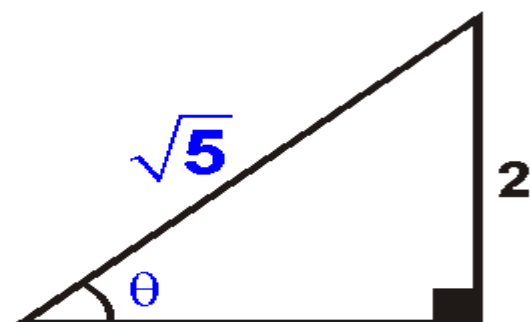
Si: $\text{ctg } \alpha = 4/3$; calcule: $P = \sqrt{\text{tg}^2 \alpha + 1}$

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$

7)

Calcule: $E = (\text{tg } \theta)^{\text{ctg } \theta}$; si:

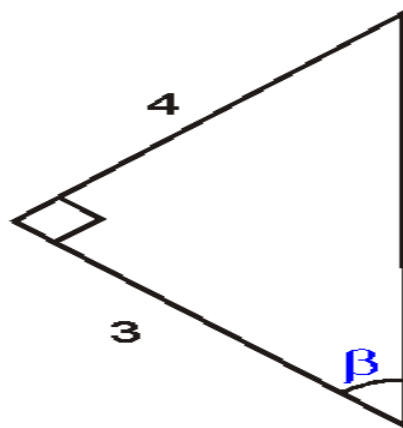
- A) $\sqrt{2}$
 B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 C) $\sqrt{3}$
 D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$



8)

Calcule: $P = \frac{1}{\sec \beta \times \csc \beta}$; si:

- A) $\frac{25}{12}$
 B) $\frac{12}{5}$
 C) $\frac{12}{13}$
 D) $\frac{12}{25}$



9)

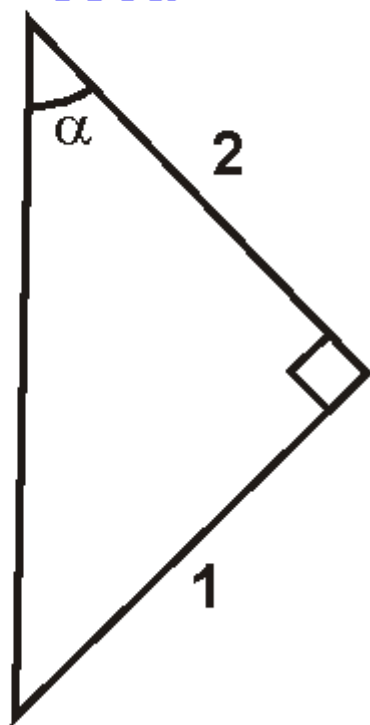
Calcule: $F = \frac{2\sec\alpha}{\csc\alpha}$; si:

A) 2

B) 1

C) $\frac{1}{2}$

D) $\sqrt{5}$



10)

En un triángulo rectángulo ABC recto en B ($BC = a$ u, $AC = b$ u y $AB = c$ u) se tiene que la longitud de la hipotenusa es igual a $2\sqrt{ac}$. Si $a > c$, calcule el valor de $\operatorname{tg} A$.

A) $\sqrt{3} - 1$

B) $2 + \sqrt{3}$

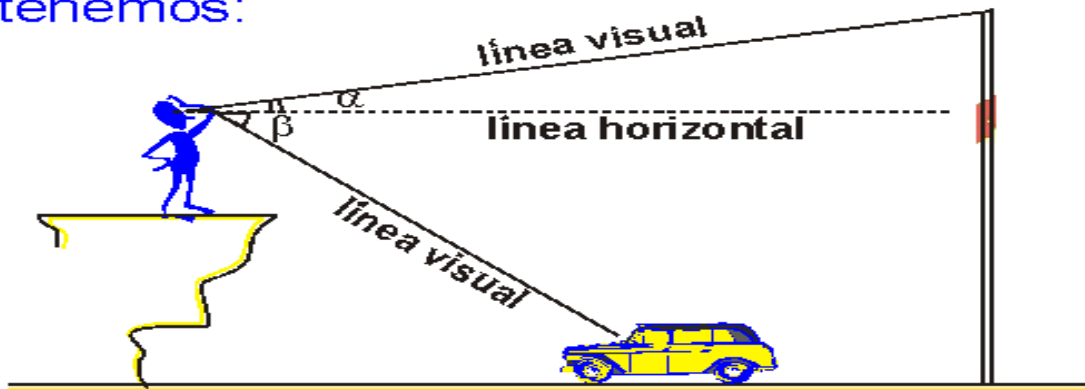
C) $\sqrt{3} + 1$

D) $\sqrt{3} - 2$

E) $\sqrt{3}$

ANGULOS VERTICALES

Son aquellos ángulos ubicados en un plano vertical; y que en la práctica son formados por una línea visual y una línea horizontal; como resultado de haberse efectuado una observación. En el gráfico tenemos:



LÍNEA VISUAL: Une el observador con el objeto a observar.

LÍNEA HORIZONTAL: Pasa por el ojo del observador y es paralela al nivel del suelo.

Del gráfico anterior:

$\alpha \rightarrow$ ángulo de elevación

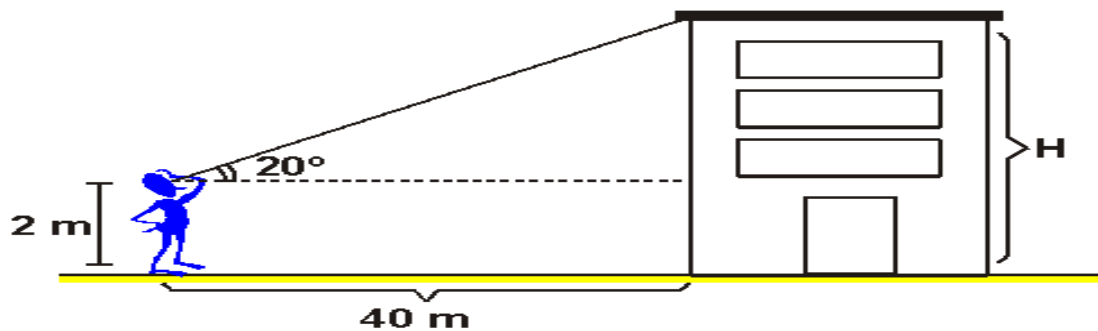
$\beta \rightarrow$ ángulo de depresión

TOMA EN CUENTA :

Los ángulos verticales son aquellos ángulos que pertenecen a un plano vertical y son medidos con un instrumento llamado teodolito, que es muy usado por los topógrafos (ingenieros civiles).

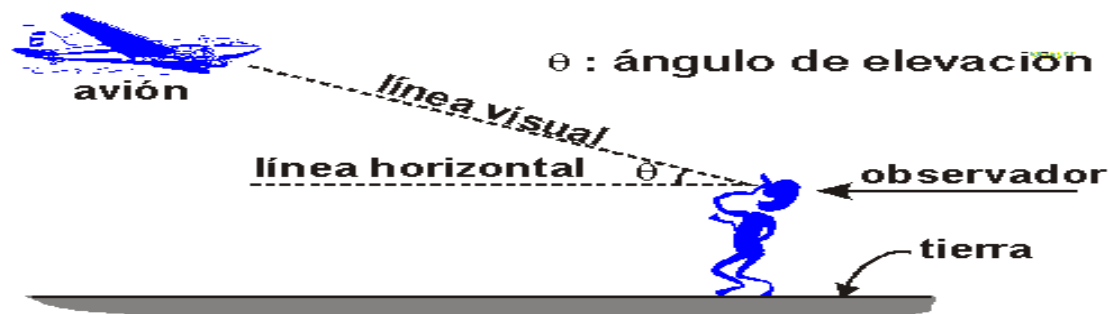
Por ejemplo; si una persona de estatura **2m** divisa lo alto de un edificio de altura "**H**"

con un ángulo de elevación de **20°**, estando a **40m** de su base. El gráfico sería:



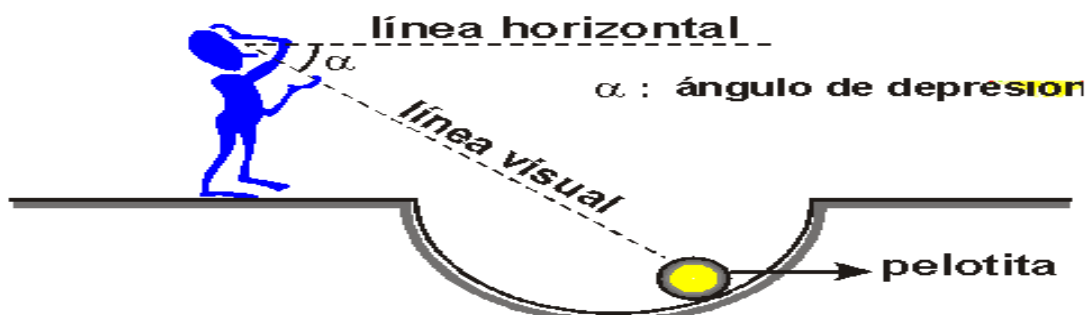
ÁNGULO DE ELEVACIÓN

Para determinar un ángulo de elevación debemos de trazar una línea horizontal que pasa por el ojo del observador y la línea visual está por encima de la horizontal.



ÁNGULO DE DEPRESIÓN

Para determinar el ángulo de depresión debemos de trazar una línea horizontal que pasa por el ojo del observador y la línea visual está abajo de la horizontal.



* No olvidarse que para dibujar los ángulos de elevación o de depresión, debe trazarse la visual y la horizontal correspondiente.

* Para poder resolver problemas de ángulos

verticales tenemos que dibujar correctamente.

ANGULOS HORIZONTALES

Son los ángulos que se encuentran contenidos en un plano horizontal. Su medida se realiza con respecto al meridiano terrestre.

Rumbo: Es la posición que tiene un punto con respecto a la línea NORTE – SUR; tomando como referente el ángulo agudo.

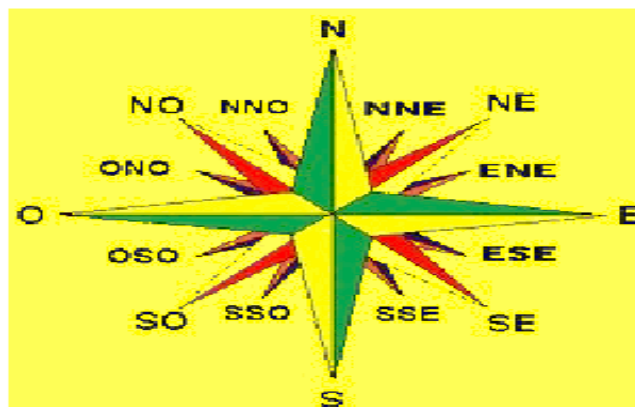
ROSA NÁUTICA

Conocida también como ROSA DE LOS VIENTOS, es un gráfico que contiene **32** direcciones notables, cada dirección forma entre ellas un ángulo cuya medida es de **11° 15' ó 11, 25°**.

Posee **4** direcciones principales: **Norte (N)**, **Sur (S)**, **Este (E)** y **Oeste (O)**.

Posee **4** direcciones secundarias: Noreste (**NE**); Noroeste (**NO**), Sureste (**SE**) y Suroeste (**SO**).

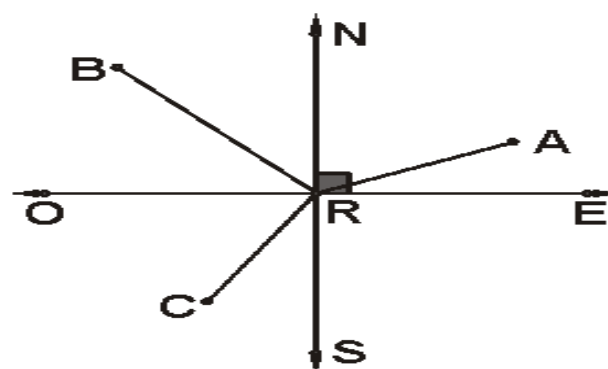
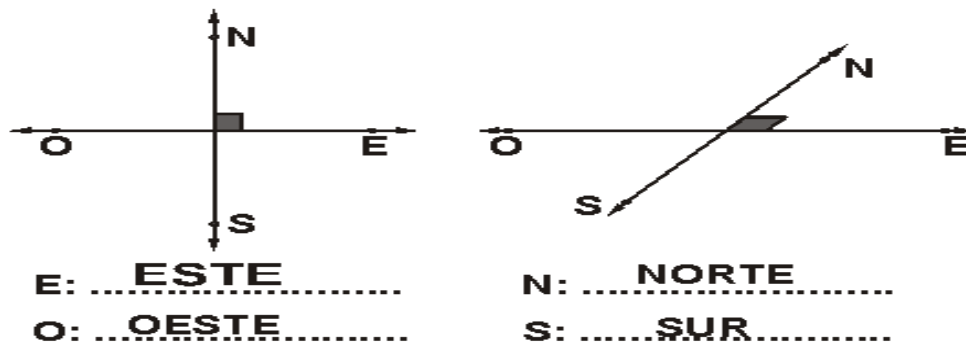
Además posee **8** direcciones terciarias: **Nor-noroeste (NNO)**; **Nor-noroeste (NNO)**; **Sur-sureste (SSE)**; **Sur-suroeste (SSO)**; **Este-noreste (ENE)**; **Este-sureste (ESE)**; **Oeste-noroeste (ONO)** y **Oeste-suroeste (OSO)**.



Finalmente posee **16** direcciones cuaternarias: **Nor ¼ noreste (N1/4NE)**; **Noreste ¼ norte (NE¼N)** ; **Noreste ¼**

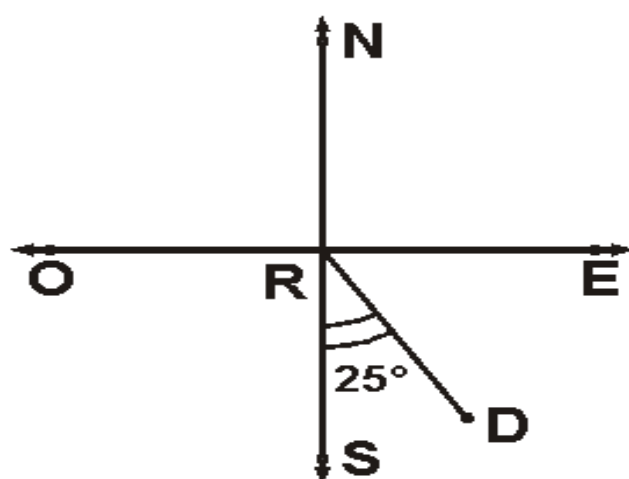
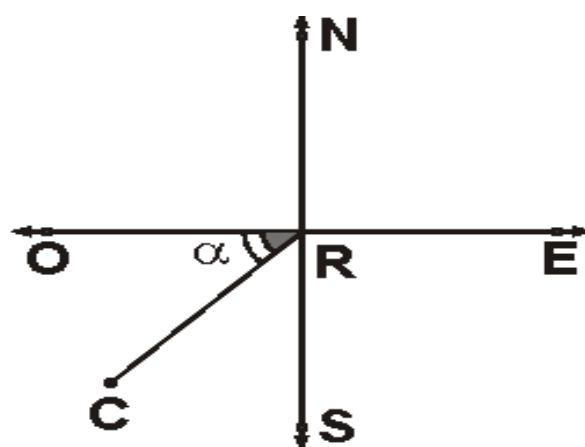
este ($NE\frac{1}{4}E$) ; Este $\frac{1}{4}$ noreste ($E\frac{1}{4}NE$) ; Este $\frac{1}{4}$ sureste ($E\frac{1}{4}SE$) ; Sureste $\frac{1}{4}$ este ($SE\frac{1}{4}E$) ; Sureste $\frac{1}{4}$ sur ($SE\frac{1}{4}S$) ; Sur $\frac{1}{4}$ sureste ($S\frac{1}{4}SE$) ; Sur $\frac{1}{4}$ Suroeste ($S\frac{1}{4}SO$) ; Suroeste $\frac{1}{4}$ sur ($So\frac{1}{4}S$) ; Suroeste $\frac{1}{4}$ oeste ($SO\frac{1}{4}O$) ; Oeste $\frac{1}{4}$ suroeste ($O\frac{1}{4}SO$) ; Oeste $\frac{1}{4}$ noroeste ($O\frac{1}{4}NO$) ; Noroeste $\frac{1}{4}$ oeste ($NO\frac{1}{4}O$) ; Noroeste $\frac{1}{4}$ norte ($NO\frac{1}{4}N$) y Norte $\frac{1}{4}$ noroeste ($N\frac{1}{4}NO$).

Pero en la práctica, consideramos **ÁNGULO HORIZONTAL** a aquellos ángulos que se determinan por el uso de la Rosa Náutica, y aquí se puede percibir una de las grandes aplicaciones de la trigonometría en la navegación, cuando se trata de localizar o ubicar algún punto respecto de otro denominado referencia, mediante las llamadas direcciones. Así en el gráfico, se ubican los puntos cardinales y “**R**” es la referencia. Puntos cardinales



RA: Es la dirección de “**A**” respecto a “**R**”.
RB: Es la dirección de “**B**” respecto a “**R**”.

RC: Oeste, α
hacia el sur: **O α S**



RD: Sur, **25°**
hacia el este:
S25°E

OBSERVACIONES:

- * En todo problema donde se incluyan ángulos verticales y horizontales a la vez, se deberá bosquejar diagramas tridimensionales para tener una mejor visión y ubicación del problema .
- * La rosa náutica se utiliza para localizar objetos que no están en el mismo plano horizontal en el que se ubica el observador .
- * Para orientarnos en un plano o mapa se utilizan los puntos cardinales que están relacionados con movimiento aparente del Sol.

PROBLEMAS

1)

Si desde un punto en tierra ubicado a **20 m** de la base de un edificio ; el ángulo de elevación para su parte más alta mide **37°**. Calcular la altura del edificio.

A) 18 m B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

2)

Desde un punto ubicado a una distancia de **20m** de una torre, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación α .

Calcular la altura de la torre , si: $\tan \alpha = \frac{3}{2}$

A)10m B)20 C)30 D)40 E)50

3)

Desde un punto en tierra ubicado a **4m** de un poste ,se divisa su parte alta con un ángulo de elevación de **37°**. ¿Cuál es la altura del poste?

A)2m B)4 C)3 D)6 E)9

4)

Un niño de estatura de **1,5 m**; esta ubicado a **6 m** de una torre y observa su parte más alta con un ángulo de elevación de **53°**. ¿Cuál es la altura de la torre?

A) 9 m B) 8 C) 7 D) 6,5 E) 9,5

5)

Un niño de **1,5m** de estatura divisa una piedra en el suelo con un ángulo de depresión de **37°**. ¿a qué distancia del niño se encuentra la piedra?

A)1m B)2 C)3 D)2,5 E)4

6)

Desde un punto que se encuentra a **48 m** del pie de una torre el ángulo de elevación para la parte más alta es **45°**. ¿Cuánto debe acercar dicho punto para que el nuevo ángulo de elevación sea **53°**?

A) 10 m B) 6 C) 4 D) 16 E) 12

7)

Desde un punto en tierra se divisa lo alto de una torre con un ángulo de elevación α . Si el observador se acerca **20 m** el ángulo de elevación sería β . Determinar la altura de la torre, si además se sabe que:

$$\text{ctg}\alpha - \text{ctg}\beta = 0,25.$$

A) 10 B) 80 C) 160 D) 240 E) 40

8)

Desde lo alto de un faro, se divisan dos barcos a un mismo lado del faro, con ángulos de depresión de **45°** y **37°** . Si la altura del faro es de **96 m**. ¿Cuál sería la distancia entre los barcos?

A) 4 m B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

9)

Desde lo alto de un edificio se ve un punto en tierra con un ángulo de depresión α y a otro punto ubicado a la mitad entre el primer punto y el edificio, con ángulo de depresión

$90^\circ - \alpha$. Determinar : **$\text{ctg}^2\alpha$** .

A)1 B)2 C)3 D)4 E) $\frac{1}{2}$

10)

Desde la parte superior de un edificio de **6** pisos iguales el ángulo de depresión para un punto en el suelo es β y desde la parte más alta del cuarto piso el ángulo de depresión es α . Determinar : **$\text{tg } \alpha \cdot \text{ctg } \beta$** .

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

Son aquellas igualdades entre las razones trigonométricas de una cierta variable; las cuales se verifican para todo valor de la variable, que no indetermina a la razón trigonométrica existente en la igualdad.

Se clasifican en:

1) IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS :

$$\boxed{\text{Sen} \alpha \cdot \text{Csc} \alpha = 1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Sen} \alpha = \frac{1}{\text{Csc} \alpha} \\ \text{Csc} \alpha = \frac{1}{\text{Sen} \alpha} \end{array} \right.$$

$$\boxed{\alpha \in \mathbb{R} - \{n\pi / n \in \mathbb{Z}\}}$$

$$\boxed{\text{Cos} \alpha \cdot \text{Sec} \alpha = 1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Cos} \alpha = \frac{1}{\text{Sec} \alpha} \\ \text{Sec} \alpha = \frac{1}{\text{Cos} \alpha} \end{array} \right.$$

$$\boxed{\alpha \in \mathbb{R} - \left\{ (2n+1) \frac{\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}}$$

$$\boxed{\text{Tg} \alpha \cdot \text{Ctg} \alpha = 1} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Tg} \alpha = \frac{1}{\text{Ctg} \alpha} \\ \text{Ctg} \alpha = \frac{1}{\text{Tg} \alpha} \end{array} \right.$$

$$\boxed{\alpha \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{n}{2} \pi / n \in \mathbb{Z} \right\}}$$

$$\text{sen} x \cdot \text{csc} x = 1 ; \forall x \neq n\pi ; n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{csc} x = \frac{1}{\text{sen} x}$$

$$\text{cos} x \cdot \text{sec} x = 1 ; \forall x \neq (2n+1) \frac{\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{sec} x = \frac{1}{\text{cos} x}$$

$$\text{tan} x \cdot \text{cot} x = 1 ; \forall x \neq n \frac{\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{cot} x = \frac{1}{\text{tan} x}$$

II) IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS POR DIVISIÓN :

$$\boxed{\operatorname{Tg} \alpha = \frac{\operatorname{Sen} \alpha}{\operatorname{Cos} \alpha}} ; \alpha \in \mathbb{R} - \left\{ (2n+1) \frac{\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\boxed{\operatorname{Ctg} \alpha = \frac{\operatorname{Cos} \alpha}{\operatorname{Sen} \alpha}} ; \alpha \in \mathbb{R} - \{ n\pi / n \in \mathbb{Z} \}$$

$$\tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} ; \forall x \neq (2n+1) \frac{\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} ; \forall x \neq n\pi ; n \in \mathbb{Z}$$

III) IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS PITAGÓRICAS :

$$\boxed{\operatorname{Sen}^2 \alpha + \operatorname{Cos}^2 \alpha = 1} \begin{cases} \operatorname{Sen}^2 \alpha = 1 - \operatorname{Cos}^2 \alpha \\ \operatorname{Cos}^2 \alpha = 1 - \operatorname{Sen}^2 \alpha \end{cases}$$

$$\alpha \in \mathbb{R}$$

$$\boxed{1 + \operatorname{Tg}^2 \alpha = \operatorname{Sec}^2 \alpha} \begin{cases} \operatorname{Tg}^2 \alpha = \operatorname{Sec}^2 \alpha - 1 \\ \operatorname{Sec}^2 \alpha - \operatorname{Tg}^2 \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\alpha \in \mathbb{R} - \left\{ (2n+1) \frac{\pi}{2} / n \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\boxed{1 + \operatorname{Ctg}^2 \alpha = \operatorname{Csc}^2 \alpha} \begin{cases} \operatorname{Ctg}^2 \alpha = \operatorname{Csc}^2 \alpha - 1 \\ \operatorname{Csc}^2 \alpha - \operatorname{Ctg}^2 \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\alpha \in \mathbb{R} - \{ n\pi / n \in \mathbb{Z} \}$$

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{Sen}^2 x = 1 - \operatorname{Cos}^2 x \\ \operatorname{Cos}^2 x = 1 - \operatorname{Sen}^2 x \end{cases}$$

$$1 + \operatorname{Tg}^2 x = \operatorname{Sec}^2 x \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{Tg}^2 x = \operatorname{Sec}^2 x - 1 \\ \operatorname{Sec}^2 x - \operatorname{Tg}^2 x = 1 \end{cases}$$

$$1 + \operatorname{Ctg}^2 x = \operatorname{Csc}^2 x \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{Ctg}^2 x = \operatorname{Csc}^2 x - 1 \\ \operatorname{Csc}^2 x - \operatorname{Ctg}^2 x = 1 \end{cases}$$

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS AUXILIARES :

$$\text{I)} \boxed{\text{Sen}^4 \alpha + \text{Cos}^4 \alpha = 1 - 2 \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos}^2 \alpha}$$

$$\text{II)} \boxed{\text{Sen}^6 \alpha + \text{Cos}^6 \alpha = 1 - 3 \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos}^2 \alpha}$$

$$\text{III)} \boxed{\text{Tg} \alpha + \text{Ctg} \alpha = \text{Sec} \alpha \cdot \text{Csc} \alpha}$$

$$\text{IV)} \boxed{\text{Sec}^2 \alpha + \text{Csc}^2 \alpha = \text{Sec}^2 \alpha \text{Csc}^2 \alpha}$$

$$\text{V)} \boxed{(1 \pm \text{Sen} \alpha \pm \text{Cos} \alpha)^2 = 2 (1 \pm \text{Sen} \alpha)(1 \pm \text{Cos} \alpha)}$$

Verso de x : Ver x = 1 – cosx

Coverso de x : Cov x = 1 – senx

Exsecante de x : Ex secx = secx – 1

EJERCICIOS TIPO ELIMINACIÓN ANGULAR :

Estos ejercicios consisten en que a partir de ciertas relaciones trigonométricas debemos encontrar relaciones algebraicas en donde no aparezca el ángulo.

EJEMPLO 1 :

Eliminar "x", si: $\tan x = a$; $\cot x = b$

A) $a^2 + b^2 = 1$ B) $a^2 - b^2 = 1$

C) $a^2 + b^2 = 2$ D) $a^2 - b^2 = 2$

E) $ab = 1$

RESOLUCIÓN:

Los problemas de eliminación de variable; permiten encontrar relaciones entre los parámetros diferentes de la variable a eliminar que intervienen en el problema. Este problema, es el caso más simple, ya que se conocen dos razones trigonométricas de la variable "x"; y lo único que haremos es buscar una relación entre estas R.T.

Tenemos: $\tan x = a \wedge \cot x = b$

Sabemos: $\tan x \cdot \cot x = 1 \Rightarrow ab = 1$

EJEMPLO 2 :

Eliminar "x", si:

$$\sec x + \csc x = m \quad \dots (1)$$

$$\sec x + \cos x = n \quad \dots (2)$$

RESOLUCIÓN:

Obviamente, las condiciones actuales, son muy diferentes a las anteriores; pero la idea es la misma: buscar relaciones entre los datos.

De (1): $\sec x + \csc x = m$; pasando a senos y cosenos:

$$\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = m \Rightarrow \frac{\sin x + \cos x}{\cos x \sin x} = m;$$

pero: $\sin x + \cos x = n$

$$\text{reemplazando: } \frac{n}{\sin x \cos x} = m \quad \dots (3)$$

busquemos ahora: $\sin x \cdot \cos x$

como:

$$\text{sen } x + \cos x = n \Rightarrow (\text{sen } x + \cos x)^2 = n^2$$

$$\Rightarrow \text{sen}^2 x + 2 \text{sen } x \cos x + \cos^2 x = n^2$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \text{sen } x \cos x = n^2 \Rightarrow \text{sen } x \cos x = \frac{n^2 - 1}{2}$$

$$\text{En (3): } \frac{\frac{n}{\frac{n^2 - 1}{2}}}{2} = m \Rightarrow \frac{2n}{n^2 - 1} = m$$

$$\Rightarrow 2n = m(n^2 - 1)$$

PROBLEMAS

1)

Reducir: $(\sec x - \cos x)(\csc x - \text{sen } x)$

- A) 1 B) $\text{sen } x$ C) $\cos x$
D) $\text{sen } x \cdot \cos x$ E) $\sec x \cdot \csc x$

2)

Simplificar: $B = \left(\frac{\sec x + \text{sen } x}{\csc x + \cos x} \right) \cot x$

- A) $\tan x$ B) $\cot^2 x$ C) $\cot x$
D) $\tan^2 x$ E) 1

3)

Reducir: $D = \frac{\text{sen}^4 x - \cos^4 x}{\text{sen } x - \cos x} - \cos x$

- A) 1 B) 0 C) $\text{sen } x$
D) $\text{sen } x - 2 \cos x$ E) $-\cos x$

4)

Si: $\tan x + \sec x = 2(1 + \cos x)$; $x \in \text{IIIC}$

Calcular: $E = \sec x \cdot \csc x$

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $-\frac{7}{2}$ E) $-\frac{5}{2}$

5)

Siendo: $\sec x \cdot \csc x = 4 \cot x$; $x \in \text{IIC}$;
calcular "x"

- A) 135° B) 120° C) 150° D) 127° E) 143°

6)

Siendo: $\tan x + \cot x = 3$; calcular:

$$H = \tan^2 x + \cot^2 x$$

- A) 3 B) 9 C) 5 D) 7 E) 11

7)

$$\text{Siendo: } \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x + \cos x} = \frac{7}{8};$$

calcular: $N = \tan x + \cot x$

- A) 16 B) 14 C) 7 D) 4 E) 8

8)

Reducir:

$$A = (\sec x - \cos x)(\csc x - \sec x)$$

- A) 1 B) $\sin x$ C) $\cos x$
D) $\sin x \cdot \cos x$ E) $\sec x \cdot \csc x$

9)

Simplificar: $B = \left(\frac{\sec x + \operatorname{sen} x}{\csc x + \cos x} \right) \cot x$

A) $\tan x$

B) $\cot^2 x$

C) $\cot x$

D) $\tan^2 x$

E) 1

10)

Simplificar: $B = \left(\frac{\sec x + \operatorname{sen} x}{\csc x + \cos x} \right) \cot x$

A) $\tan x$

B) $\cot^2 x$

C) $\cot x$

D) $\tan^2 x$

E) 1

11)

Eliminar "x", si: $3\operatorname{sen} x + \cos x = m$
 $\operatorname{sen} x - 3\cos x = n$

A) $m^2 + n^2 = 5$

B) $m^2 + n^2 = 10$

C) $m^2 + n^2 = 15$

D) $m^2 + n^2 = 20$

E) $m^2 + n^2 = 25$

12)

Simplificar: $\tan x \cos x + \operatorname{sen}^2 x \csc x$

A) $\operatorname{sen}^2 x$ B) $2\operatorname{sen} x$ C) $\cos^2 x$ D) $2\cos^2 x$ E) $\tan x$

13)

Reducir: $(\tan x + \cot x) \operatorname{sen} x$

A) 1

B) $\cos x$

C) $\tan x$

D) $\sec x$

E) $\csc x$

14)

Simplifique: $\tan x \sin x + \cos x$

A) $\sin x$ B) $\cos x$ C) $\csc x$ D) $\sec x$ E) $\cot x$

15)

Simplificar: $\frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos x - \cos^3 x}$

A) $\sin x \cdot \cos x$ B) $\tan x$ C) $\cot x$
D) $\sec x \cdot \csc x$ E) 1